An Extract

Of a Letter of Mr. James Gregory to the Publisher, containing some Considerations of his, upon M. Hugens his Letter, printed * in Vindication of his Examen of the Book, entitled Vera Circuli & Hyperbola Quadratura.

* Journa des Scavans of Novem. 12. 1668.

THe first occasion of the exchange of Letters on this Subject was given in the Journal des Scavans of July 2. 1668. to which a civil return was made in Numb. 37. of these Tracts: which having been judiciously animadverted upon in another Journal des Scavans, viz. of Nov. 12. 1668. it was thought equitable here to make publick, what M. Gregory hath since imparted thereupon, out of a desire expressed by him, further to elucidate that controversie. Which how satisfactory it is, we leave to the intelligent to judge; professing, that we are no further concern'd in this contest, than to let the Sagacious Reader know the proceedings thereof, by referring him to the French Journals about what is said thereof on the one hand, and by delivering in these Papers, what comes from the other: which as 'tis intended to be done without any animosity or offence, so we desire the Candid Reader will pardon us for diverting him thus much by this dispute from what else he might justly expect in these Philosophical Occurrences. The Answer it self of M. Gregory, follows in the same language, wherein he thought fit to communicate it, viz.

Ex duobus Argumentis, quibus conatur Nob. D. *Hugenius* doctrinam meam evertere, primo quidem, responsionis fundamentum dedi in *Proæm.* ad *Geom. partem universalem*: alterum autem provenit solummodo à *Prop.* 11. non recte, opinor, ab *Hugenio* intellecta, quam tandem admittit post Correctiones (*ut inquit*) a me factas. Ut autem, simul cum resolutione Objectionum, omnem evertam dubitandi rationem, ex admissa *Prop.* 11ma. in forma conabor probare syllogistica, Nullam esse rationem Analyticam inter Circulum et diametri Quadratum: Præter Modum quippe et Figuram nil deest in hactenus à me publicatis, quin id integre demonstretur; quæ interim forma raro à Geometris exigitur. Dico itaque;

Si daretur ratio Analytica (seu ratio notis Analyticis exprimenda) inter Circulum et Diametri quadratum, tunc Circulus analytice componeretur ex Quadratis, inscripto & circumscripto. Sed posterius est absurdum. E. Sequela *Majoris* sic probatur;

Quantitas quæsita & determinata invenitur ex quantitatibus quibuscunque eam determinantibus, in ea ratione, seu relatione quam habet quantitas determinata ad dictas quantitates determinantes. Sed Quadratum inscriptum & circumscriptum Circulum determinant, ideoque ex illis Circulus daretur in ea relatione, quam habet ad diametri Quadratum vel ejus se missem

missem, h. e. si esset ratio analytica inter Circulum & Diametri quadratum; ex dictis quantitatibus determinantibus *analytice* componeretur Circulus. Ex dictis enim quantitatibus omnia analytice componi possunt, quæ ad eas rationem habent analyticam.

Secundi syllogismi *Minor* est evidentissima. *Major* autem est Axioma ab omnibus Geometris tacite admissum.

Minor syllogismi prioris sic probatur.

Eodem modo componitur Circulus ex Quadrato inscripto et circumscripto, quo componitur Quadrans Circuli ex Triangulo inscripto et Trapezio vel potius Quadrato circumscripto. Sed ex 11ma *Prop.* Quadrans circuli seu Sector non potest componi analytice ex Triangulo inscripto & Quadrilatero circumscripto. E.

Major est evidens. At poterit fortasse distingui *Minor*, dicendo; Propos. 11am veram esse in methodo *Indefinita*; sed posse esse falsam in methodis *particularibus*. At insto. Omnis methodus indefinita in methodos seu casus particulares est resolubilis. Sed hæc methodus indefinita, nempe quod Sector sit terminatio datæ seriei convergentis, in nullam particularem resolvi potest. Nulla igitur datur hic methodus paticularis. *Major* patet, quia quantitates æquales in se mutuo sunt resolubiles. *Minorem* ita probo; Si hæc Methodus indefinita resolveretur in aliquam particularem, resolutio fieret vel ab Analysi *speciosa* vel *numerosa*. Sed neutrum dici potest. E. *Major* patet ex sufficienti enumeratione. *Minor* sic probatur: Non ab Analysi *Speciosa*, quoniam hæc methodus *indefinita* ad eam est irreducibilis, ut patet ex *Prop.* 11ma; Non à *Numerosa*, quæ hic est interminabilis proindeque invariabilis.

In hanc ultimam distinctionem resolvitur 1a. Obj. *Hugenii*. Velim enim Nobiliss. Virum considerare, Omnem plenam Problematis solutionem esse *Indefinitam*. Nam methodi *Particulares*, cum sint *Infinitæ*, exhiberi omnes nequeunt; neque dirigi possunt à tenore Problematis, quippe illis omnibus communi: Ideoque requiritur methodus *Generalis* seu Indefinita, *Particularium* directrix. Agnosco utique methodos Particulares casu sæpe inveniri absque ope Generalis, attamen fatendum est Geometris, nullam esse nec posse fieri Methodum Particularem, in quam resolubilis non sit methodus Indefinita. Si igitur methodus Indefinita omni resolutioni sit impervia (ut in *Prop.* 11ma est demonstratum) eodem modo omnes Particulares resolutionem etiam respuent; proindeque tam Definita quam Indefinita nullam compositionem agnoscit. Talis enim Compositio, qualis Resolutio.

Etiamsi prædicta, meo quidem judicio, abunde sufficiant, ne tamen ullus relinquatur cavillationi locus, 11mam nostram *Prop.* etiam in *Definitis* hic demonstrabimus. Sit ergo B. Polygonum intra Circuli Sectorem, 2B. Polygonum circumscriptum & priori simile; sufficit enim Polygonorum proportionem definire, ut Theorema definite demonstretur. Continuetur

$B \quad 2B$
$C \quad D$
$E \quad F$
$G \quad H$
Z
$a \quad x$
$\sqrt{ax} \quad \frac{2ax}{a+\sqrt{ax}}$
m
n

Series convergens ut sit ejus terminatio seu Circuli Sector Z. Dico, Z non posse componi *Analytice* ex Polygonis *definitis* 2B. Si fieri potest, componatur Z. Analytice ex Polygonis Definitis B, 2 B. sintq; duæ quantitates Indefinitæ a & x, e quibus componatur m eodem modo, quo Z componitur à quantitatibus B, 2 B; Item eodem modo componatur n ex quantitatibus $\sqrt{ax}\ \frac{2ax}{a+\sqrt{ax}}$: quantitates m, n, non sunt indefinite æquales ex *prop.* 11ma. Si igitur inter m & n fingatur æquatio; a manente quantitate indefinita, æquatio inter m & n tot habebit radices seu quantitates in quas resolvitur x, quot quantitatum, inter se diversas rationes habentium, binarii sunt in rerum natura, quæ vices quantitatum a, x, subire possunt, h. e. quæ eandem quantitatem *Analytice* ex se ipsis componunt eodem modo, quo eadem quantitas componitur ex ipsarum media Geometrica $\sqrt{ax}$, & ex media Harmonica inter dictam mediam Geometricam & x, nempe $\frac{2ax}{a+\sqrt{ax}}$; ita ut compositio sit eodem modo quo Z componitur ex B & 2 B : atque ex Consectario *Prop.* 10^{mæ}, omnes quantitatum binarii, rationes quoque diversas inter se habentium, B 2 B, C D, E F, G H, &c. in infinitum, possunt supplere vices quantitatum a, x, quoniam Z eodem modo componitur ex B 2 B, quo ex C D, E F, vel G H, &c. & proinde æquatio inter m & n radices habet numero infinitas. Sed omnis æquatio habet ad summum tot radices, quot habet dimensiones; & proinde æquatio inter m & n dimensiones habet numero infinitas, quod est absurdum; ideoq; Z seu Circuli Sector non potest Analytice componi ex Polygonis definitis B, 2 B. quod demonstrand. erat. Hinc manifestum est, Terminationem cujuslibet seriei convergentis, si non possit componi ex terminis convergentibus *indefinite*, nec posse componi *definite*; adeoq; evanescit simul cum nostra distinctione Objectio *Hugenii* prima.

Idem in Objectione sua secunda non videtur advertisse, me non solum in *Prop.* 11ma, sed etiam in toto meo Tractatulo intelligere per Extractionem radicum, Resolutionem omnium potestatum sive purarum sive affectarum; omnium quippe eadem est ratio, neque ulla imaginabilis est in demonstratione diversitas, sive Sector supponatur Radix alicujus potestatis puræ, sive affectæ ad puram irreducibilis. Nam si Sector eodem modo fiat ex primis terminis convergentibus quo ex secundis (ut in Consect. *prop* 10^{mæ} est demonstratum) etiam omnes ejus potestates sive puræ sive quocunque modo affectæ eodem modo componitur é primis quo é secundis terminis convergentibus, quæ (in Analyticis exhibitæ) erunt æquales quantitates eodem modo Analytice compositæ ex primis quo ex secundis terminis convergentibus; quod est absurdum, nempe contra *Prop* 11^{mam} admissum. Sensus igitur integer *Prop.* 11^{æ} est; Hoc Problema (*E datis duobus*

bus polygonis complicatis, invenire Sectorem sive Circularem sive Hyperbolicum ab illis determinatum) non poteſt reduci ad ullam æquationem Analyticam.

In comparatione *Hugeniana* inter noſtras methodos, agnoſco, meas approximationes prop. 20ᵉ. et 21ᵃ. eaſdem eſſe cum *Hugenianis*, ſed methodo mihi peculiari demonſtratas. At meam approximationem in fine *prop.* 25ᵃ non percipere videtur *Hugenius*; aliam interim ſibi fingit: hanc primo meam non eſſe probat, deinde tamen eam cum ſua comparat, victoriaque potitur. Sed lente hic feſtinandum.

Sit a Polygonum, Circulo vel Sectori inſcriptum, c Polygonum inſcriptum duplo plura habens latera, d autem ſit Polygonum circumſcriptum ſimile ipſi c. Ex 20ᵐᵃ *prop.* Sector eſt major quàm $\frac{4c-a}{3}$; & ex 21ᵐᵃ, Sector eſt minor quàm $\frac{2d+c}{3}$, inter quos terminos ſit maximus quatuor arithmetice continue proportionalium $\frac{8d+8c-a}{15}$, nempe noſtra approximatio; quam rigidiſſimis *Hugenii* cenſuris ſubjicio. Hallucinatur autem *Hugenius*, quod Polygona a & d ſimilia ſumeret, cum debeant eſſe c & d, quæ duplo plura habent latera. Ne autem dicat, factam eſſe à me correctionem, conſideret hanc approximationem non ſolum verbis *prop.* 25ᵗᵉ, ſed & praxi *prop.* 30ᵐᵃ eſſe conſonam, ubi approximationem *prop.* 21ᵐᵃ ex ultimis ſimilibus Polygonis conſtruo: ridiculum enim eſſet, illam e penultimis minus præciſam dare, cum eadem operâ detur magis præciſa ex ultimis. At miror, cum *Hugenius* incidiſſet in meam *Hyperbolæ* approximationem, quod eam non potuerit *Circulo* applicare; Nam in Hyperbola abſque dubio 24ᵗᵃ *prop.* approximationem ex ultimis ſimilibus polygonis conſtruxit: Omnis enim ad *Circulum* approximatio ex polygonis deducta, *Hyperbolæ* eſt etiam applicabilis, & vice verſa. Sed hoc non videtur animadvertiſſe *Hugenius*; alioqui in fine ſuarum Animadverſionum non promitteret talem Hyperbolicam approximationem, de cujus applicatione ad Circulum nihil dicit. Quæ autem illic affirmat (ſi de ſemet loquitur in plurali) tranſeant; ſi vero etiam de me adeo fidenter ſibi perſuadeat, falli ipſum putem, cum hæc eadem quadratura, de qua loquitur, antequam ab eo videretur, ad laboris dimidium à me ſit reducta.

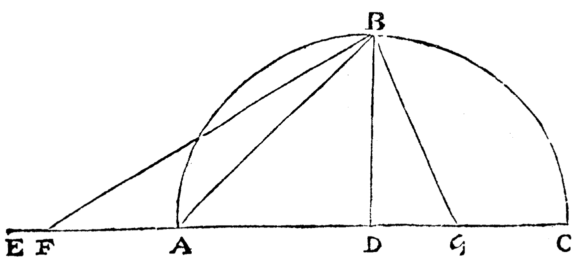
Ne autem *Hugenii* praxis Geometrica minus peritis videatur noſtram ſuperaſſe, ex noſtra approximatione, ab *Hugenio* rejecta, ſequentem praxin exhibebo.

In Fig. *Hugeniana* (quam vide infra) ſit $AC = A$, $ZAB = B$, ſitque $A+B : B :: 2B : C$; eritque $\frac{8C+8B-A}{15}$ major, quam arcus ABC; differentia autem, in ſemi circumferentia minor erit quàm ipſius $\frac{1}{3500}$, in triente minor quàm ipſius $\frac{1}{400000}$, & in quadrante minor quàm ipſius $\frac{1}{3000000}$. Sed quoniam præcedens approximatio major eſt quàm arcus, aliam addamus

 eodem

eodem minorem. Sit A: B:: B: D, $\frac{12C + 4B - D}{15}$ minor erit quam arcus ABC; differentia autem in ſemi-circumferentia minor erit quàm ipſius $\frac{1}{1000}$, & in quadrante minor quam ipſius $\frac{1}{60000}$. Inter has approximationes ſit maxima, penultima ſex continue *Arithmetice* proportionalium, quæ minor erit quàm arcus, differentia autem, in ſemi-circumferentia minor erit quàm ejuſdem $\frac{1}{13000}$, et in quadrante minor quàm ejuſdem $\frac{1}{3000000}$. Sed hæc levia mihi videntur, cum poſſim Approximationes exhibere, quæ ab ipſa ſemi-circumferentia differant minori intervallo, quàm quælibet ejus pars aſſignata, neque nobis amplius apparent hæc mirabilia, cum demonſtratio ſolida innoteſcat. Ad reliqua ab *Hugenio* publicata, cum à meo inſtituto ſint aliena, nihil dico, niſi quod ipſa *Hugenii* dicta (non obſtante exactiſſima ſua, ut ait, materiæ hujus examinatione à meæ *Appendiculæ* factis, ni fallor, longe ſuperentur. Vale. *Decemb.* 15. 1668.

Figura *Hugenii* hæc eſt, quam ipſe hoc ſenſu, licet Gal ice, ſic explicat. Sit Arcus Circuli, qui non excedat ſemi-circumferentiam, ABC, cujus ſubtenſa ſit AC; & dividantur ambo in partes æquales per lineam BD. Ducta ſubtenſa AB, capias inde $\frac{2}{3}$, easque jungas inde ab A ad E in linea CA protracta. Dein, reſecta lineæ DE parte decima EF, ducas FB, & tandem BG, ipſi perpendicularem: & habebis lineam AG æqualem Arcui ABC, cujus exceſſus tantillus erit, ut etiam tunc, quando hic arcus æqualis erit ſemi-circumferentiæ Circuli, futura non ſit differentia $\frac{1}{1400}$ ſuæ longitudinis; at quando non eſt niſi tertiæ partis circumferentiæ, differentia non erit $\frac{1}{13000}$; et ſi non ſit niſi quartæ partis, non differet niſi $\frac{1}{90000}$ ſuæ longitudinis.



An Extract

Of the Anatomical Account, written and left by the famous Dr. Harvey, *concerning* Thomas Parre, *who died in* London *at the Age of* 152 *years and* 9 *moneths*,

THis Account is annexed to a Book, lately publiſht in *Latin* by Dr. *John Betts* M. D. one of his Majeſties Phyſitians in Ordinary, and Fellow of the *London*-Colledge of thoſe of that Profeſſion: In which Treatiſe (to touch that briefly) the Author endeavors to ſhew, that *Milk*, or ſomething Analogous to it,